Tabla de Contenidos

Materiales complementarios

1

Corría el año 1873 cuando un joven matemático que había rechazado la enseñanza media porque no deseaba dedicarse a lo ya sabido, presentó una queja en la Universidad de Halle. Llevaba cuatro años sin cobrar sus honorarios como profesor e investigador en teoría de números. Al renunciar con enfado a su plaza sin sueldo, la universidad le asignó un salario. En una carta a su hermana, escribió: «Cada vez me doy más cuenta de cómo la matemática se me ha metido en el corazón o, más bien, de que yo he sido creado para encontrar en el pensamiento y el trabajo la felicidad, la satisfacción y el placer verdadero… Como puedes comprender, estas esperanzas están ahora ligadas a Halle, donde tendré una actividad completamente relacionada con mi oficio…». Su nombre era Georg Cantor y con él la historia de las matemáticas se escribiría precisamente allí; en una universidad pequeña y sin mucha fama, donde empezó a flirtear con el estudio de las series trigonométricas y, poco después, se convirtió en el hombre que se atrevió a mirar al infinito y a apresarlo por primera vez en sus diferentes formas… mediante la teoría de conjuntos.

Bienvenidos a la asignatura Historia de las Matemáticas. A lo largo del curso recibiréis una serie de correos con material complementario que os permitirá contextualizar los contenidos de la asignatura y explorar los conceptos que trataremos desde una óptica diferente. Espero que os resulten interesantes e inspiradores.

En esta primera entrega, traigo la recomendación del libro Los lógicos, del filósofo Jesús Mosterín, quien proporciona una visión histórica de algunos de los protagonistas de la asignatura y que además cita en numerosas ocasiones vuestro libro de referencia: El Paraíso de Cantor, de Roberto Torretti (además escribió el prólogo de la edición revisada de 2007). Podéis encontrarlo en la biblioteca de la UNED.
Mosterín, J. (2007). Los lógicos. Madrid: Espasa-Calpe.

2

Durante un viaje a Suiza, Georg Cantor conoció de forma casual a Richard Dedekind. Iniciaron allí una amistad que fue fortaleciéndose con el tiempo, basada en una admiración mutua entre matemáticos; Dedekind era analítico y riguroso, mientras que Cantor se mostraba vehemente e intuitivo en sus desarrollos teóricos y buscaba con frecuencia la aprobación calma de su amigo. En aquella época el intercambio intelectual entre académicos se producía frecuentemente a través del correo postal. En una de las cartas que Cantor escribió a Dedekind, hacia finales de 1873, le expresó su interés en la numerabilidad de los conjuntos infinitos. Si bien Dedekind ya había considerado los conjuntos infinitos un año antes, éstos capturaron la atención plena de Cantor cuando se percató de que no todos los conjuntos infinitos tienen el mismo tamaño, sino que poseen distinta cardinalidad. ¿En qué consiste "contar" elementos de un conjunto infinito? Se había preguntado el joven matemático. Al reflexionar sobre una cuestión aparentemente tan sencilla, halló la sorprendente circunstancia de que no todos los infinitos tienen el mismo número de elementos. Para conjuntos finitos, el ordinal y el cardinal coinciden; mientras que para conjuntos infinitos, no ocurre lo mismo. Hay una sucesión de números, los transfinitos, que pueden utilizarse como ordinales, para ordenar elementos, o como cardinales, para contar los elementos de los conjuntos infinitos. Sobre esta idea revolucionaria, David Hilbert aseguró que la llamada “aritmética transfinita” de Cantor fue «el más sorprendente producto del pensamiento matemático y una de las realizaciones más bellas de la actividad humana».

El material complementario de esta semana es un vídeo de divulgación matemática que proporciona cierta panorámica del campo de estudio, además de ser una primera aproximación, muy amena, al contenido de la asignatura. Creo que deja bastante claro el salto conceptual que supone esa nueva concepción del infinito. https://youtu.be/SrU9YDoXE88

3

La teoría de conjuntos de Cantor fue descrita, por Henri Poincaré, como «una enfermedad de la que las Matemáticas terminarán recuperándose con el tiempo». En efecto, los desarrollos matemáticos de Georg Cantor le valieron numerosas disputas entre los colegas del gremio. En concreto, sufrió una larga y manifiesta enemistad con el que fue su instructor durante su etapa de estudiante, Leopold Kronecker, quien se convirtió posteriormente en su principal detractor y le impidió ingresar en la prestigiosa Universidad de Berlín en diversas ocasiones. La clave de la polémica entre Cantor y Kronecker residió en el uso del “infinito actual” —aquel que ya se ha alcanzado— vs el “infinito potencial” —aquel que nunca llega a realizarse—. ¿Deben utilizarse infinitos actuales en las matemáticas? En opinión de Kronecker, la respuesta era un rotundo no: el infinito solo era algo a lo que podía aspirarse.

«Entre lo finito y lo infinito hay un abismo insalvable. Partiendo de conjuntos finitos, y mediante un número finito de operaciones conjuntistas como la unión, la intersección, el producto cartesiano y el conjunto de las partes, solo obtenemos de nuevo conjuntos finitos. Lo infinito es inalcanzable desde lo finito. Para alcanzarlo hay que dar un salto mortal, que la teoría de conjuntos avala mediante un axioma específico. Una vez dado el salto, Cantor se puso a explorar lo infinito. Lo primero que descubrió fue que no hay un solo tipo de infinito, una sola cardinalidad infinita, sino muchos infinitos distintos» (Mosterín, 2000: 105 —referenciado previamente—).
El material complementario de esta semana es una serie de posts alojados en el blog El Topo Lógico, dedicada a los desarrollos de Cantor y que cuenta con interesantes notas históricas, además de referencias a artículos clave de la época que suponen un estupendo material de contexto. Se titula “El Omegón y todo eso…”: https://eltopologico.blogspot.com/2007/11/el-omegn-y-todo-eso-parte-2.html

4

Los transfinitos no eran meros conceptos, sino que existían como entidades que trascienden la mente humana; al menos esto era así según la visión de Georg Cantor, quien se percibía a sí mismo como un matemático tocado por dios. En una carta, escrita en 1888, afirmó: «No tengo ninguna duda sobre la verdad de lo transfinito, que yo he descubierto con la ayuda de Dios, y cuya variedad y unidad estudio desde hace más de veinte años». Posteriormente, llegó a identificar el “infinito actual” con la deidad.

El siguiente material complementario de la asignatura es el documental “Conocimiento peligroso” (enlace a vimeo) donde se ve reflejada la faceta religiosa de Cantor. Si bien la producción audiovisual no profundiza en los conceptos matemáticos (y en alguna ocasión especula), sí que ofrece una contextualización apropiada del autor y de cómo se origina la espiral que lo hace caer progresivamente en la locura. También profundiza en los personajes de Kurt Gödel, Ludwig Boltzmann y Alan Turing. Podéis encontrarlo aquí:

http://www.area-documental.com/resultados-serie.php?buscar=Conocimiento+Peligroso

5

«¿Quién no estaría feliz si pudiera levantar el velo que nos oculta el porvenir para echar un vistazo al progreso de nuestra ciencia y los secretos de sus desarrollos posteriores en los siglos futuros? En el campo tan fecundo y vasto de las Ciencias Matemáticas, ¿cuáles serán los objetivos que intentarán alcanzar los guías del pensamiento matemático de los tiempos futuros? ¿Cuáles serán en este campo las novedades y los nuevos métodos en el siglo que comienza?».

Con estas palabras, el miércoles del 8 de agosto de 1900, David Hilbert se dirigió a una audiencia expectante en el anfiteatro de la Facultad de Ciencias de la Sorbonne. Allí tuvo lugar un insigne acontecimiento: el Congreso Internacional de Matemáticos.

La idea de realizar un congreso de matemáticos, atribuida a Georg Cantor y Felix Klein, se fraguó durante la década anterior. El primer encuentro de esta naturaleza se había celebrado en Zúrich, pocos años atrás, y al que asistieron con gran entusiasmo más de doscientos matemáticos de dieciséis países, de los cuales solo cuatro eran mujeres. La cifra alcanzada se consideró muy exitosa y dio pie a una celebración periódica.
Durante la transición del siglo XIX al XX, la investigación se profesionalizó y sus protagonistas desarrollaron sus ideas en universidades. Se formaron así redes sociales de científicos que en ocasiones trabajaban en equipo, publicando conjuntamente en revistas y relacionándose a través de encuentros como el Congreso Internacional de Matemáticos; eventos que favorecían la cooperación y el desarrollo de la ciencia académica en equipo. Este sistema de intercambio funcionaba mediante el mecanismo del reconocimiento entre colegas, aún vigente a día de hoy.

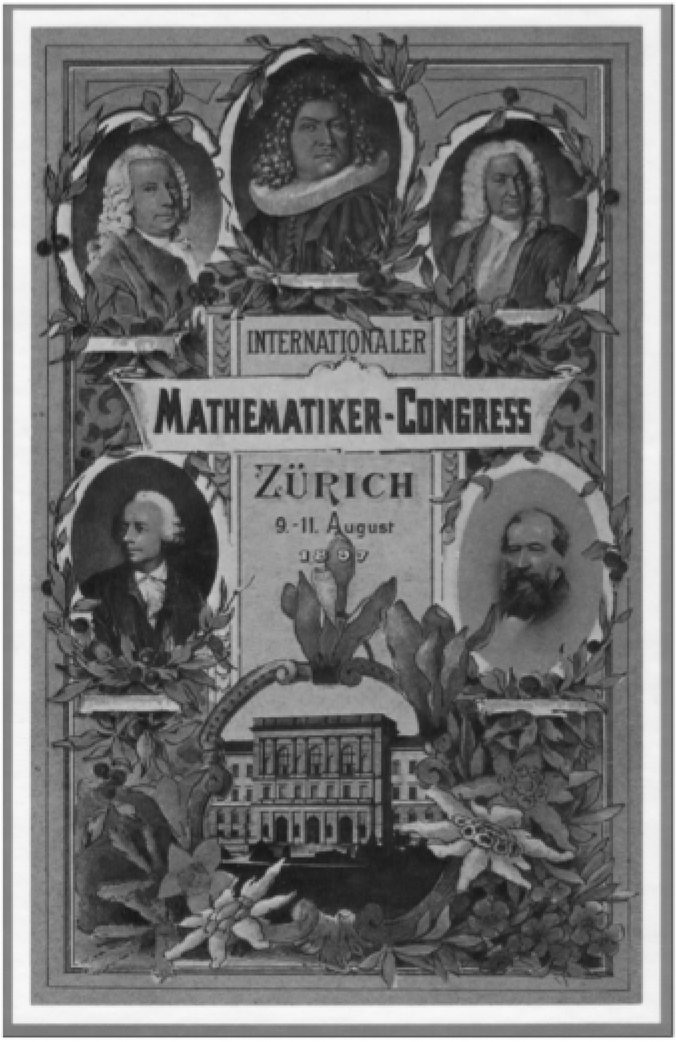
Hilbert, por aquel entonces siendo ya un reputado profesor en Gotinga, fue invitado a dar una conferencia plenaria en el citado congreso. ¡Había tantos aspectos importantes que tratar! No podía decidirse por un tema y discutió con Hermann Minkowski y Adolf Hurwitz sobre qué podía presentar ante los colegas del gremio.

Hurwitz había asegurado que «Las grandes ideas de nuestra ciencia a menudo nacen y maduran en soledad; ninguna otra rama de la ciencia, con excepción quizás de la filosofía, poseen tal carácter introvertido como las matemáticas. Y aún así, un matemático siente la necesidad de comunicarse, de participar en discusiones con los colegas».

Finalmente, Hilbert decidió hablar de los problemas matemáticos que en su opinión ocuparían el quehacer de los matemáticos durante el siglo XX. En muchos sentidos, su charla sobre los problemas futuros de las matemáticas se convirtió en la conferencia más famosa pronunciada en cualquier Congreso Internacional de Matemáticos.

El material complementario de esta semana es el programa del congreso de 1900, un testimonio histórico donde el alumnado puede consultar los debates candentes del momento y donde seguro encontrará algunos nombres familiares. Podéis consultar el programa en inglés en el siguiente enlace: https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/ICM/ICM_Paris_1900/

También se adjunta el cartel del primer congreso celebrado en Zúrich a modo de testimonio gráfico.



6

«No hay nada más desafortunado para un escritor científico que el hecho de que uno de los cimientos de su edificio se tambalee una vez terminada la obra. Esta fue la situación en la que me colocó una carta del Sr. Bertrand Russell, justo cuando la impresión de este volumen [Grundgesetze der Arithmetik, Vol.2] estaba a punto de completarse. Se trata de mi Axioma (V). Nunca he disimulado su falta de la autoevidencia que corresponde a los demás axiomas y que debe exigirse propiamente a una ley lógica. (…) De buena gana habría prescindido de este fundamento si hubiera conocido algún sustituto del mismo».

Así comienza el Apéndice del Volumen 2 de una obra titulada Las leyes básicas de la aritmética (Grundgesetze der Arithmetik), publicada en 1903 por el lógico y matemático alemán Gottlob Frege. ¿Su objetivo? Fundamentar la aritmética en la lógica.

En contraste con este ambicioso objetivo manifiesto de derivar las leyes de la aritmética a partir de algunos axiomas lógicos, la afirmación de Frege que puede leerse en dicho Apéndice es, en cierto modo, sorprendente, en parte también por su inusual honestidad: el autor admite que la obra que acaba de publicar, fruto de años de duro estudio, contiene un tremendo defecto que no sabe cómo solventar.

A continuación podéis encontrar, a modo de material complementario de la asignatura, la carta de Russell dirigida a Frege que lo colocó en esta tesitura, fechada en 1902, y también la respuesta del último. Contiene referencias a varios de los conceptos estudiados en el curso, por lo que espero que sea de vuestro interés.
https://brianrabern.net/onewebmedia/FregeRussellCorr.pdf

7

«En el transcurso de la exploración de su universo, los matemáticos han tropezado ocasionalmente con agujeros: afirmaciones que no pueden probarse ni refutarse con los nueve axiomas, llamados colectivamente "ZFC", que sirven como leyes fundamentales de las matemáticas. La mayoría de los matemáticos se limitan a ignorar los agujeros, que se encuentran en ámbitos abstractos con pocas ramificaciones prácticas o científicas. Pero para los guardianes de los fundamentos lógicos de las matemáticas, su presencia suscita preocupaciones sobre los cimientos de toda la empresa».

En esta ocasión, el material complementario de la asignatura proviene de la revista Quanta Magazine. Para quienes que no la conozcáis: se trata de una revista de divulgación de alto nivel sobre ciencia básica e investigación matemática.

Os remito un artículo donde encontraréis, además de una adecuada contextualización sobre la disputa acerca del infinito, nuevas voces de matemáticos que entran en juego en la discusión y que pueden resultaros de inspiración para vuestras futuras investigaciones, en caso de que decidáis continuar con esta línea de trabajo.
https://www.quantamagazine.org/to-settle-infinity-question-a-new-law-of-mathematics-20131126/

También es recomendable el podcast de la revista. En particular, puede ser de vuestro interés el episodio *How Many Numbers Exist? Infinity Proof Moves Math Closer to an Answer*, publicado el año pasado (podcast; artículo).

Por lo general, además de ofrecer claridad conceptual y perspectiva histórica, la revista trata de contextualizar los debates de la matemática y la ciencia con aportaciones de académicos actuales. Por ello, espero que sea de vuestro agrado y os suscite reflexiones fructíferas.

8

A estas altura del curso ya os habréis percatado de que hay una pregunta recurrente que con frecuencia ha despertado la curiosidad entre los interesados por la historia de las matemáticas: ¿hay una estrecha relación entre la lógica matemática y la locura? Algunos autores afirman que el índice de psicosis entre los lógicos es elevado (por ejemplo, Gian-Carlo Rota). Otros, en cambio, no ven una particular relación.

Para cerrar la asignatura, dos obras de divulgación que pueden resultar entretenidas en las que se explora esta relación son las siguientes:

- Por un lado, la novela gráfica Última lección en Gotinga, de Davide Osenda; un relato íntimo con tintes históricos que describe varias cuestiones clave de la presente asignatura, como "la hipótesis del continuo” o “los teoremas de incompletitud de Gödel”. https://www.tebeosfera.com/documentos/el_infinito_se_esconde_entre_lo_finito.html

- Por otro lado, la novela gráfica Logicomix, de Apostolos Doxiadis y Christos Papadimitriou; cuyo hilo conductor es el personaje de Bertrand Russell y su búsqueda de la verdad.

Ambas obras fueron publicadas el mismo año. Para una lectura apropiada de la segunda, es muy recomendable tener presente la revisión de Paolo Mancusi con observaciones críticas, disponible en el siguiente enlace: https://scholarship.claremont.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1009&context=jhm

From:
http://filosofias.es/wiki/ - **filosofias.es**

Permanent link:
http://filosofias.es/wiki/doku.php/math/materiales-complementarios

Last update: **2022/05/11 13:24**